

AUTOREFERAT

**dotyczący osiągnięć w pracy naukowo – badawczej,
organizacyjnej i dydaktycznej**

1. Imię i nazwisko:

Robert Duchnowski

2. Posiadane dyplomy, stopnie naukowe/ artystyczne – z podaniem nazwy, miejsca i roku ich uzyskania:

a) Tytuł zawodowy magistra inżyniera geodezji i kartografii, uzyskany na Wydziale Geodezji i Gospodarki Przestrzennej, Akademii Rolniczo-Technicznej w Olsztynie, po obronie pracy magisterskiej pt. *Estymacja lokalnych współczynników wariancji w sieciach przestrzennych*. 1995

b) Stopień naukowy doktora nauk technicznych w zakresie geodezji i kartografii, nadany przez Radę Wydziału Geodezji i Gospodarki Przestrzennej, Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego w Olsztynie. Tytuł rozprawy doktorskiej: *Odporna estymacja współczynnika wariancji w geodezyjnych układach obserwacyjnych*. 2001

Promotor: prof. dr hab. inż. Zbigniew Wiśniewski (UWM)

Recenzenci: prof. zw. dr hab. inż. Lubomir W. Baran (UWM)

prof. dr hab. inż. Witold Prószyński (Politechnika Warszawska)

3. Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych:

a) 1994 – 1995, jako asystent stażysta w Instytucie Geodezji i Fotogrametrii ART Olsztyn

b) 1995 – 2001, na stanowisku asystenta w Instytucie Geodezji i Fotogrametrii ART Olsztyn (od 1999 na UWM Olsztyn)

c) 2001 – obecnie, na stanowisku adiunkta w Instytucie Geodezji UWM Olsztyn

4. Wskazanie osiągnięcia wynikającego z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. nr 65, poz. 595 ze zm.):**a) tytuł osiągnięcia naukowego:**

Jednotematyczny cykl publikacji nt. *Zastosowanie R-estymacji do wyznaczania deformacji sieci geodezyjnych*

b) publikacje wchodzące w skład osiągnięcia naukowego:

1. Duchnowski R., 2008, *R-estimation and its application to the LS adjustment*, Bolletino di Geodesia e Scienze Affini, N. 1, str. 21-30

2. Duchnowski R., 2009, *Geodetic Application of R-estimation – Levelling Network Examples*, Technical Sciences, No 12, str. 135-144
3. Duchnowski R., 2010, *Median-Based Estimates and Their Application in Controlling Reference Mark Stability*. Journal of Surveying Engineering, 136 (2), str. 47-52 (**IF₂₀₁₂ = 0.909**)
4. Duchnowski R., 2011a, *Robustness of strategy for testing leveling mark stability based on rank tests*. Survey Review, 43, 323 str. 687-699 (**IF₂₀₁₂ = 0.290**)
5. Duchnowski R., 2011b, *Sensitivity of robust estimators applied in strategy for testing stability of reference points. EIF approach*. Geodesy and Cartography, vol. 60, No 2, str.123-134
6. Duchnowski R., 2013, *Hodges-Lehmann estimates in deformation analyses*. Journal of Geodesy, DOI 10.1007/s00190-013-0651-2 (**IF₂₀₁₂ = 2.808**)

Wszystkie ww. prace są wyłącznie mojego autorstwa.

c) omówienie celu naukowego ww. prac i osiągniętych wyników wraz z omówieniem ich ewentualnego wykorzystania

Celem prowadzonych przeze mnie badań było w pierwszej kolejności określenie możliwości zastosowania wybranych R-estymatorów w opracowaniu obserwacji geodezyjnych, ze szczególnym uwzględnieniem ich zastosowań w badaniach deformacji sieci geodezyjnych i wyznaczeniu przemieszczeń jej punktów. W kolejnych etapach przedstawiłem propozycje nowych metod wyznaczenia przemieszczeń punktów osnowy oraz nową strategię badania stabilności potencjalnych punktów odniesienia (głównie w sieciach geodezyjnych projektowanych w celu badania deformacji). Zaproponowana przeze mnie strategia opiera się na wykorzystaniu estymatorów Hodgesa-Lehmanna (HLE) oraz dwóch wybranych, odpornych na błędy grube, estymatorów odchylenia standardowego. Z uwagi na zastosowane metody, przeprowadziłem badania teoretyczne związane z obserwacjami odstającymi mogącymi zakłócać proces estymacji oraz ich wpływem na wyniki uzyskiwane z wykorzystaniem ww. strategii. W kolejnych pracach skoncentrowałem się zatem na badaniu odporności i wrażliwości wykorzystanych estymatorów na mogące się pojawić w zbiorze obserwacji błędy grube (lub ogólnie - obserwacje odstające). Kolejny cel moich badań związany był z faktem, że zastosowanie klasycznych estymatorów Hodgesa-Lehmanna w opracowaniach geodezyjnych, jest

ograniczone zarówno z uwagi na teoretyczne założenia dotyczące tych estymatorów, jak i specyfikę zbiorów obserwacyjnych występujących przy badaniu przemieszczeń punktów. Zaproponowałem zatem nowe statystyki testowe, które przy bardziej ogólnych założeniach dotyczących rozkładów zmiennych losowych, prowadzą do nowych wariantów R-estymatorów, o szerszym niż dotychczas zastosowaniu w geodezji. Przedstawiłem także nowy sposób wyznaczenia przemieszczeń punktów. Sposób ten może być zastosowany w dowolnych rodzajach sieci geodezyjnych (w tym 2D i 3D). Zaproponowane przeze mnie nowe warianty R-estymatorów, nazwałem ważonymi estymatorami Hodgesa-Lehmana (HLWE). Przeprowadziłem także teoretyczne badania zaproponowanych statystyk i estymatorów. Empiryczną weryfikację tych badań przeprowadziłem z zastosowaniem symulacji Monte Carlo. Symulacje te posłużyły także do określenia dokładności estymatorów HLWE (tradycyjna analiza dokładności z zastosowaniem propagacji macierzy kowariancji nie ma tutaj zastosowania).

Opis prowadzonych badań

(odniesienia do literatury w nawiasach kwadratowych odpowiadają publikacjom stanowiącym elementy osiągnięcia naukowego przedstawionego w punkcie 4 b) niniejszego autoreferatu)

Wprowadzenie

Współczesne metody estymacji odporne na błędy grube mają swoje początki w latach sześćdziesiątych ubiegłego wieku i związane są z pracami Petera J. Hubera oraz Josepha L. Hodgesa i Ericha L. Lehmana. Uogólnienie przez Hubera metody największej wiarygodności dało początek M-estymacji, a w niej całej klasie estymatorów odpornych na błędy grube. Natomiast zastosowanie przez Hodgesa i Lehmana testów rangowych do estymacji odpornej – klasie R-estymatorów. Obecnie metody należące to obu tych klas są podstawowymi i jednocześnie najczęściej stosowanymi metodami odpornymi (trzecią klasą estymacji, która jest zaliczana do podstawowych klas estymacji odpornych jest L-estymacja). Nie ulega wątpliwości, że M-estymacja jest teoretyczną podstawą współczesnego rachunku wyrównawczego, w tym także metod wyrównania odpornych na błędy grube (obserwacje odstające). Przez wiele lat metody należące do tej klasy były tworzone, rozwijane lub przystosowywane do specyfiki geodezyjnego rachunku wyrównawczego. Można tu wymienić takie, podstawowe metody różniące się funkcjami wpływu, jak metoda duńska, Hubera, Hampela, metoda narastającego rygoru czy schemat IGGs (np. Borre, Jorgensen i Kubik 1983; Xu 1989, 2005; Kamiński i Wiśniewski 1992, Yang 1994; Yang, Song i Xu 2002). Dalsze rozwinięcie M-estymacji zastało zaproponowane w pracach (Wiśniewski 2009, 2010). Jakkolwiek taka estymacja jest przy odpowiedniej

interpretacji alternatywą dla odpornej M-estymacji, to jednak z uwagi na odrębne założenia teoretyczne, nie jest zaliczana do klasy estymacji odpornych. Mówiąc o odpornej estymacji stosowanej w geodezji, należy także wspomnieć o tych metodach, które z uwagi na charakter funkcji celu nie są powszechnie zaliczane do M-estymacji. Wśród tych metod najważniejszą jest Zasada Wyboru Alternatywy (Kadaj 1984). Wykazuje się jednak, że przy dodatkowych założeniach o charakterze probabilistycznym, również i ta metoda może być zaliczona do klasy M-estymacji (Wiśniewski 1987). Należy również wspomnieć o tzw. biernych metodach odpornych, czyli metodach opartych na testach statystycznych mających na celu eliminację obserwacji odstających ze zbioru pomiarów jeszcze przed ich wyrównaniem (np. Baarda 1968; Pope 1976; Schaffrin i Wang 1994; Ding i Coleman 1996; Xu 2005; Hekimoglu i Erenoglu 2007).

Można zatem powiedzieć, że w geodezyjnym rachunku wyrównawczym mamy do dyspozycji szeroki wachlarz takich metod opracowania obserwacji, których zastosowanie pozwala na eliminację wpływu błędów grubych na ostateczne wyznaczenia. Niestety, zarówno M-estymacja jak i testy statystyczne, nie zawsze są w stanie „poradzić” sobie z zaburzeniami nielosowymi pojawiającymi się w zbiorze obserwacji. Mają na to wpływ zarówno czynniki związane z samą siecią geodezyjną (np. jej geometria i związana z tym niezawodność) jak i metodą opracowania (np. wartością punktu złamania, wrażliwością na błędy grube, reakcją na dobór parametrów sterujących). Zagadnienia wpływu różnych czynników na skuteczność metod odpornych były tematem wielu publikacji (m.in. Schwarc i Kok 1993; Prószyński 2000; Hekimoglu i in. 2010; [4] Duchnowski 2011a). Duży wpływ na skuteczność metod odpornych ma także ilość obserwacji odstających, które zaburzają dany układ obserwacyjny. W praktyce, wysokiej skuteczności metod odpornych (mierzonej np. wysokimi wskaźnikami MSR – ang. *Mean Success Rate*) możemy się spodziewać w przypadku jednej obserwacji odstającej (np. Baselga 2007, 2011), a w innych przypadkach, poprawna detekcja obserwacji odstających jest trudniejsza lub w ogóle niemożliwa (np. Hekimoglu i Koch 2000; Xu 2005; Gui i in. 2011).

Problematyka obserwacji odstających i metod odpornych, rozpatrywana była także w kontekście wyznaczania przemieszczeń punktów (np. Shaorong 1990; [4] Duchnowski 2011a). W cytowanych pracach zwrócono uwagę na mogący pojawić się problem poprawnej identyfikacji przemieszczenia punktu w przypadku gdy zbiór obserwacji zaburzony jest błędami grubymi.

Warto zwrócić uwagę na fakt, że zarówno odporne metody należące do klasy M-estymacji, odporne metody bierne jak i podstawowe metody wyznaczania przemieszczeń, mają często ścisły związek z metodą najmniejszych kwadratów. Tworzy to pewne ograniczenie wynikające z powszechnie przyjmowanych w obliczeniach geodezyjnych założeń o charakterze probabilistycznym (np. o rodzinach rozkładów w odpornej M-estymacji, tworzonych z udziałem

rodzin rozkładów normalnych). Interesującym i pożądanym wydaje się zatem inne, w pewnym zakresie szersze, podejście do estymacji odpornej. Pozwalają na to np. metody należące do klasy R-estymacji. Rezultaty badań nad tą klasą, w tym przede wszystkim rozwinięcia teoretyczne oraz propozycje procedur obliczeniowych, stanowią relacjonowane tutaj osiągnięcie naukowe.

R-estymacja i jej zastosowania w badaniu przemieszczeń punktów osnowy

Jak już wspomniałem, R-estymacja jest jedną z podstawowych metod stosowanych w statystyce matematycznej. Jej pierwszym i podstawowym celem była estymacja przesunięcia między dwoma zbiorami obserwacji x_1, x_2, \dots, x_n i y_1, y_2, \dots, y_m ($1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$), które są realizacjami odpowiednich zmiennych losowych $X_1, X_2, X_3, \dots, X_m$, i $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$. W oryginalnych założeniach zaproponowanych przez Hodgesa i Lehmana (1963) dystrybuanty tych zmiennych tj. $F(x)$ i $G(y) = F(x - \Delta)$ różnią się tylko podlegającym estymacji przesunięciem (shiftem) Δ . Istotą metody jest zastosowanie odpowiedniego testu statystycznego (testu rangowego), do weryfikacji hipotezy $H: \Delta=0$, przeciwko hipotezie alternatywnej $\Delta>0$. Jeśli zastosowany zostanie test Wilcoxon'a, to otrzymamy następujący R-estymator przesunięcia:

$$\hat{\Delta}_R = \text{med}(y_i - x_j) \quad (1)$$

gdzie $\text{med}(o)$ jest medianą. Jeśli natomiast rozpatrzymy problem z jedną tylko próbą, wówczas otrzymamy inny wariant przedstawionego R-estymatora, a mianowicie R-estymator wartości oczekiwanej zmiennej X , tj. wielkość:

$$\hat{E}(X)_R = \text{med}\left[\frac{1}{2}(x_i + x_j)\right] \quad (2)$$

Oba warianty znane są również pod wspólną nazwą estymatorów Hodgesa-Lehmana (HLE).

Propozycje zastosowania R-estymatorów do opracowania pomiarów geodezyjnych przedstawiono po raz pierwszy w pracach (Kargol 2005; [1] Duchnowski 2008). W pierwszej z tych pracy, z uwagi na rozpatrywany tam problem, zastosowano wariant R-estymatora, różniący się od wyrażen (1) i (2). W drugiej z cytowanych prac rozważałem kilka możliwych przykładów zastosowania R-estymacji w geodezji. Dotyczyły one przede wszystkim wyznaczenia błędów systematycznych oraz błędów grubych, traktowanych jako deterministyczne obciążenie, losowych zbiorów obserwacji. Estymowane wartości błędów grubych można następnie wykorzystać przy wyrównaniu sieci geodezyjnej metodą najmniejszych kwadratów (LS). We wspomnianej pracy zaproponowałem metodę R-LS, w której wartości błędów grubych są wyznaczone z zastosowaniem odpowiedniego R-estymatora. Następnie błędy te są eliminowane ze zbioru obserwacji. Tak oczyszczony z wpływu zaburzeń deterministycznych zbiór jest ostatecznie wyrównywany metodą LS. Jakkolwiek przedstawione w pracy

zastosowania były stosunkowo proste, to otrzymane wyniki zachęcały do dalszych prac nad zastosowaniem R-estymacji w problemach współczesnej geodezji.

W dalszych pracach nad geodezyjnymi zastosowaniami R-estymatorów, wykorzystałem podstawową własność estymatora o postaci (1). Skoro jest to estymator przesunięcia między dwoma zbiorami obserwacji, to naturalnym jego zastosowaniem jest estymacja przemieszczeń punktów osnowy geodezyjnej, tj. zmian ich współrzędnych pomiędzy wybranymi epokami pomiarowymi. Podobne zastosowanie może mieć także estymator o postaci (2), przy czym w tym rozwiązaniu, w odróżnieniu od estymatora (1), obserwacje z dwóch epok pomiarowych opracowywane są osobno. Wykorzystanie obu estymatorów w geodezyjnym wyznaczeniu przemieszczeń było możliwe dzięki wprowadzeniu początkowych wartości poprawek $\tilde{\mathbf{v}}$, wyznaczanych na podstawie początkowych, założonych wartości parametrów $\tilde{\mathbf{X}}$ oraz klasycznego modelu funkcjonalnego sieci ([1] [2] Duchnowski 2008; 2009):

$$\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{y} - \mathbf{A}\tilde{\mathbf{X}} \quad (3)$$

gdzie: $\mathbf{y} \in R^{n \times 1}$ - wektor obserwacji, $\mathbf{A} \in R^{n \times m}$ - znana macierz współczynników. Zakładając, że badana sieć mierzona była w dwóch różnych epokach, można korzystając z tych samych wartości początkowych parametrów (np. wysokości punktów), wyznaczyć wektory początkowych poprawek dla obu epok. Elementy tych wektorów są zmiennymi losowymi, których realizacje mogą być użyte we wzorach (1) i (2). Oczywiście wyznaczając np. przemieszczenie pionowe wybranego punktu, wykorzystujemy początkowe poprawki tylko do tych pomierzonych przewyższeń, które bezpośrednio dotyczą danego punktu.

W pracy ([2] Duchnowski 2009) analizowałem sposoby zastosowania obu prezentowanych R-estymatorów do wyznaczenia przemieszczeń pionowych. Jeśli baza odniesienia jest stabilna a zbiory obserwacji nie są obciążone błędami grubymi, wtedy oba estymatory dają podobne wyniki. Pomimo tego, że oba R-estymatory należą do klasy estymatorów odpornych na obserwacje odstające, to estymator (1) wykazuje tę odporność już dla zbiorów obserwacji składających się z trzech elementów (dla przyjętego tutaj zbioru początkowych wartości poprawek). Z przeprowadzonych teoretycznych analiz ponadto wynika, że R-estymator wartości oczekiwanej (2) jest odporny na błędy grube, gdy próba ma co najmniej pięć elementów. Stąd, w opracowaniu małych zbiorów obserwacji geodezyjnych, lepszym rozwiązaniem jest estymacja przemieszczenia z zastosowaniem bezpośredniego estymatora (1) (w odróżnieniu od przemieszczenia obliczonego na podstawie różnic R-estymatorów wartości oczekiwanych, np. wysokości punktów w dwóch badanych epokach). Wniosek taki znalazł potwierdzenie w jednym z przykładów obliczeniowych prezentowanych w cytowanej pracy.

Inny przykład obliczeniowy, który przedstawiłem w pracy ([2] Duchnowski 2009), dotyczył zastosowania estymatora (1) do badania stabilności punktów

odniesienia w sieci niwelacyjnej (np. założonej do badania deformacji budowli inżynierskich). Problematyka identyfikacji stabilnej bazy odniesienia jest szeroko omawiana w literaturze geodezyjnej. Z uwagi na to, że problem ten jest skomplikowany a wymagana dokładność powinna być jak najwyższa, opracowano wiele metod identyfikacji stabilnych punktów odniesienia (np. Prószyński i Kwaśniak 2006). W omawianym przykładzie podstawą identyfikacji są wyznaczone, dla wszystkich możliwych punktów odniesienia, R-estymatory ich przemieszczeń pionowych. Jeśli wyznaczone przemieszczenie jest bliskie zeru i mieści się w przedziale dopuszczalnym dla błędów losowych, to analizowany punkt można uznać za stabilny. Przykład prezentowany w cytowanej pracy był stosunkowo prosty. Jednak uzyskane tam wyniki stanowiły punkt wyjścia do opracowania, opartej na R-estymacji, strategii badania stabilności potencjalnych punktów odniesienia.

Badając teoretyczne własności R-estymatora przemieszczeń pionowych, szczególnie jego odporność na błędy grube, stwierdziłem, że badanie samych wartości R-estymatorów przemieszczeń punktów odniesienia daje poprawne wyniki tylko w najprostszymi przypadkach, np. wtedy gdy wszystkie punkty są stabilne lub tylko niewielka ich część nie wykazuje tej własności. Z tego względu istniała konieczność „wsparcia” R-estymatorów innymi estymatorami mogącymi dostarczyć informacji niezbędnych do prawidłowej identyfikacji stabilnych punktów odniesienia. Powyższe założenie zrealizowałem w zaproponowanej w pracy ([3] Duchnowski 2010) strategii wykorzystującej estymator (1), wsparty przez odporne estymatory odchylenia standardowego. W ogólnym założeniu strategii, rolą R-estymatora było nadal wyznaczenie pionowych przemieszczeń potencjalnych punktów odniesienia, natomiast wartości estymatorów odchylenia standardowych miały potwierdzać, lub nie, prawidłowość wniosków formułowanych na podstawie otrzymanych wartościach R-estymatorów. Na podstawie wartości odchylenia standardowych można bowiem ustalić, czy oszacowane przemieszczenie punktu odniesienia jest rzeczywiste, czy też otrzymana wartości jest pozorna i ma inne przyczyny, np. wynika z niestabilności innych (sąsiednich) punktów. Spośród stosowanych w statystyce matematycznej estymatorów odchylenia standardowego, w strategii zastosowano dwa warianty. Pierwszym jest estymator MAD (ang. *Median Distance to the Median*; akronim wynika z tradycyjnej nazwy *Median Absolute Deviation*) definiowany, jako (np. Rousseeuw i Verboven 2002):

$$\text{MAD}(Z) = 1.4826 \text{ med} |z_i - \text{med}(z_i)| \quad (4)$$

Drugim zastosowanym estymatorem jest ADM (ang. *Average Distance to the Median*):

$$\text{ADM}(Z) = \text{ave} |z_i - \text{med}(z_i)| \quad (5)$$

gdzie z_1, z_2, \dots, z_n jest badanym zbiorem obserwacji ($ave(o)$ jest średnią arytmetyczną). Wybór tych estymatorów nie był przypadkowy i wynikał z ich własności teoretycznych. Przede wszystkim z różnej odporności na obserwacje odstające. MAD jest estymatorem odpornym nawet w małych zbiorach obserwacji, czyli w takich, z jakimi mamy najczęściej do czynienia w problemie badania stabilności punktów w sieciach niwelacyjnych (czy ogólnie geodezyjnych). Wadą tego estymatora jest natomiast to, że może on implodować (osiągnąć wartości dowolnie bliskie zeru) w najmniej licznych zbiorach, np. wtedy gdy $n = 3$. Estymator ADM pozbawiony jest tej wady, jednak z drugiej strony jest generalnie wrażliwy na obserwacje odstające. Badanie odporności obu estymatorów odchylenia standardowego w kontekście uchronienia ich przed implozją lub eksplozją (osiągnięciem wartości dowolnie dużych) jest m.in. przedmiotem badań w pracy ([4] Duchnowski 2011a). Z uwagi na przedstawione własności, podstawowym estymatorem odchylenia standardowego przyjętym w proponowanej strategii identyfikacji stabilnych punktów odniesienia jest estymator MAD. Wyznaczenie estymatora ADM ma tutaj najczęściej znaczenie pomocnicze.

W cytowanej pracy ([3] Duchnowski 2010) strategia badania stabilności potencjalnych punktów odniesienia dotyczyła sieci niwelacyjnej z czterema potencjalnymi punktami odniesienia. Jest to jednocześnie najmniejsza liczba punktów, dla której strategia może być efektywnie zastosowana. W przypadku większych sieci, analizy wartości R-estymatorów przemieszczeń oraz estymatorów MAD i ADM odchylen standardowych, mogą być przeprowadzone dla całej sieci (co zwiększa liczbę obserwacji w badanych zbiorach i wpływa m.in. na większą odporność na błędy grube) lub można podzielić sieć na segmenty zawierające tylko cztery potencjalne punkty odniesienia. Przeprowadzone przeze mnie badania empiryczne wykazały, że proponowana metoda daje poprawne wyniki w następujących przypadkach: a) wszystkie punkty są stabilne b) jeden lub dwa spośród czterech uległo przemieszczeniu. Problemem pozostaje oczywiście krytyczny przypadek, kiedy dwa potencjalne punkty przemieściły się w tym samym kierunku i o tę samą wartość. W prostszych przypadkach uzyskane wyniki są podobne do wyników jakie uzyskuje się z zastosowaniem klasycznych metod badania stabilności, np. z zastosowaniem metody sprawdzania wzajemnych przemieszczeń dla wszystkich par reperów. Zalety nowej metody uwidaczniają się w trudniejszych do analizy przypadkach, np. wtedy gdy dwa repery przemieściły się w tym samym kierunku a wartości ich przemieszczeń pionowych są bliskie sobie (ale nie takie same). W takich sytuacjach zaproponowana strategia wykorzystująca R-estymatory daje, w porównaniu z klasycznymi metodami, lepsze wyniki ([3] Duchnowski 2010).

Podstawowe etapy omawianej strategii oraz związany z nią sposób wnioskowania można przedstawić w następującym, krótkim opisie. Założmy,

że dana sieć niwelacyjna pomierzona została w dwóch różnych epokach. Rozpatrzmy teraz tylko potencjalne punkty odniesienia tej sieci i przewyższenia pomierzone między każdą parą tych punktów (zakładamy, że wszystkie takie przewyższenia pomierzono w obu epokach). Otrzymamy wektory obserwacji dla dwóch epok pomiarowych: $\mathbf{y}_1 \in R^{n \times 1}$ i $\mathbf{y}_2 \in R^{n \times 1}$. Przyjmując dla obu epok takie same początkowe wartości wysokości punktów $\tilde{\mathbf{X}}$ (np. na podstawie wcześniejszych opracowań lub wyników pomiarów w pierwszej epoce), można korzystając z modelu (3) wyznaczyć dwa wektory początkowych wartości poprawek $\tilde{\mathbf{v}}_1$ i $\tilde{\mathbf{v}}_2$. Rozpatrzmy teraz jeden, wybrany punkt odniesienia i utwórzmy dla niego odpowiednie wektory $\tilde{\mathbf{v}}_1^k$ i $\tilde{\mathbf{v}}_2^k$ (gdzie k to numer wybranego punktu). Wektory te zawierają początkowe poprawki do przewyższeń pomierzonych między wszystkimi potencjalnymi punktami odniesienia a analizowanym punktem. Elementy tych wektorów tj. $[\tilde{\mathbf{v}}_1^k]_j$ i $[\tilde{\mathbf{v}}_2^k]_i$, $1 \leq i \leq l$, $1 \leq j \leq l$ (l - liczba przewyższeń, dotyczących wybranego punktu) tworzą dwa równoliczne zbiory. Przesunięcie między tymi zbiorami, czyli shift Δ_k , można traktować jako pionowe przemieszczenie wybranego punktu między epokami pomiarowymi i wyznaczyć jego R-estymator o postaci ([2] [3] Duchnowski 2009; 2010):

$$\hat{\Delta}_k^R = \text{med}([\tilde{\mathbf{v}}_2^k]_i - [\tilde{\mathbf{v}}_1^k]_j) \quad (6)$$

Jeśli wyznaczony w ten sposób estymator przemieszczenia pionowego jest bliski zera, i mieści się w granicach przyjętych dla błędów przypadkowych, to dany punkt możemy uznać jako stabilny. Takie postępowanie daje zadowalające wyniki tylko w prostszych przypadkach. Ogólnie, o czym już była mowa, należy „wspomóc” R-estymator (6), estymatorami odchylenia standardowego, MAD i ADM. Estymatory te są wyznaczone na podstawie zbioru utworzonego z elementów wektora $\tilde{\mathbf{v}}_2^k$. Teoretycznie wartości estymatorów MAD i ADM powinny być równe (lub bliskie) błędom średnim obserwacji przewyższeń. W pracy ([3] Duchnowski 2010) przedstawiłem i analizowałem sieć niwelacyjną zawierającą cztery potencjalne punkty odniesienia. Rozpatrzyłem tam następujące możliwe sytuacje:

(Przedstawione poniżej analizy wynikają z własności mediany oraz estymatorów MAD i ADM. Jak można zauważyć, istotną rolę w przedstawionych rozważaniach pełnią obserwacje odstające, których źródłem nie są jednak błędy grube lecz niestabilność sąsiednich punkty odniesienia. Problem ten będzie bardziej szczegółowo omówiony w dalszej części autoreferatu)

1. Wszystkie cztery punkty są stabilne. Wówczas wszystkie estymatory przemieszczeń $\hat{\Delta}_k^R$ powinny być bliskie zera i akceptowane jako efekt błędów przypadkowych pomiaru. Wartości estymatorów MAD dla wszystkich zbiorów utworzonych z elementów wektorów $\tilde{\mathbf{v}}_2^k$ powinny być bliskie założonej,

teoretycznej (lub znanej rzeczywistej) dokładności wyników pomiarów (podobne wartości powinny mieć też estymatory ADM).

2. Jeden punkt uległ przemieszczeniu pionowemu. Wówczas R-estymator przemieszczenia dla tego punktu powinien być równy (bliski) teoretycznej wartości przemieszczenia, a estymatory dla pozostałych punktów powinny być bliskie zera (podobnie jak we wcześniej opisanej sytuacji). Wszystkie estymatory MAD powinny być bliskie dokładności pomiarów lub w skrajnych, rzadkich przypadkach, bliskie zeru (implozja). Natomiast wartości estymatorów ADM, który nie jest odporny na obserwacje odstające, powinny być znacząco większe dla stabilnych punktów (w tych zbiorach jest jedna obserwacja odstająca). Dla zbioru wyznaczonego podczas badania punktu niestabilnego, wartość tego estymatora powinna być bliska dokładności pomiarów (z tym zbiorem brak jest obserwacji odstających).
3. Dwa punkty przemieściły się w przeciwnych kierunkach. W tym przypadku wartości estymatorów przemieszczeń pionowych powinny być bliskie zeru dla stabilnych punktów, i bliskie teoretycznym przemieszczeniom pionowym dla punktów niestabilnych. Wartości MAD powinny być bliskie dokładności pomiarów dla punktów niestabilnych (jedna obserwacja odstająca) i mieć dużo większe wartości dla punktów stabilnych (dwie obserwacje odstające). Wartości ADM powinny mieć duże wartości gdyż w każdym z badanych zbiorów jest co najmniej jednak obserwacja odstająca.
4. Dwa punkty przemieściły się w tym samym kierunku. Ponieważ oba przemieszczenia są w tym samym kierunku, to wszystkie wartości $\hat{\Delta}_k^R$ będą miały stosunkowo duże wartości, sugerujące niestabilność wszystkich punktów odniesienia. Natomiast wartości estymatorów MAD będą podobne do wartości z przypadku 3. Pozwala to określić, które z otrzymanych R-estymatorów opisują faktyczne przemieszczenia punktów, a które tylko przemieszczenia pozorne (punkty stabilne). Można wówczas wybrać jeden z niestabilnych punktów i poprzez odpowiednią zmianę wartości wektora obserwacji z drugiej epoki y_2 , zasymulować jego przemieszczenie w przeciwnym kierunku. Takie symulowane przemieszczenie powinno być znacznie większe (co do wartości bezwzględnej) od otrzymanego za pomocą R-estymatora. Przy tak dodanym sztucznym przemieszczeniu pionowym otrzymamy sytuację opisaną w przypadku 3. (dwa punkty przemieszczone w przeciwnych kierunkach). Takie postępowanie pozwoli na ostateczne określenie, które punkty są stabilne, a które takiej cechy nie wykazują.

W punkcie 4 opisano sytuację, w której przemieszczeniu w tym samym kierunku ulegają dwa punkty. Oczywistym jest, że jeśli przemieszczenia będą sobie równe (lub bardzo bliskie), to niemożliwe jest jednoznaczne wnioskowanie o stabilności punktów. Takie ograniczenie dotyczy jednak każdej innej metody

analizy stabilności punktów odniesienia. W tym przypadku, bez dodatkowych informacji, nie jest możliwe wyznaczenie stabilnej i wiarygodnej bazy odniesienia.

Zastosowanie w proponowanej strategii estymatorów odpornych może sugerować odporność samej strategii. Zagadnienie to było przedmiotem moich badań teoretycznych i empirycznych, których wyniki przedstawiłem w pracach ([4] [5] Duchnowski 2011a; 2011b). Badaniom podlegała odporność na błędy grube zarówno przyjętych estymatorów, jak i całej strategii identyfikacji stabilnych punktów (baz) odniesienia. Podstawowym narzędziem statystycznym zastosowanym do badania odporności estymatorów były wartości punktów załamania w wersji zamiennej (ang. *replacement breakdown values*). Dla R-estymatora wartość tego parametru można wyznaczyć korzystając z wyrażenia (np. [4] Duchnowski 2011a):

$$\varepsilon_n^*(\hat{\Delta}_k^R; Z) = \frac{\lceil n/2 \rceil}{n} \quad (7)$$

gdzie n oznacza, jak poprzednio, liczebność zbioru. Przez $\lceil n/2 \rceil$ oznaczamy najmniejszą liczbę całkowitą, większą lub równą $n/2$. Dla estymatorów odchylenia standardowego sytuacja jest bardziej skomplikowana. Należy bowiem rozpatrzyć dwa możliwe warianty: implozję i eksplozję, oraz wyznaczyć odpowiadające im wartości punktu załamania. Ogólną wartość punktu załamania dla danego estymatora wyznaczamy jako mniejszą spośród tych dwóch. Dla zastosowanych w strategii estymatorów ADM i MAD można zapisać odpowiednio (np. [4] Duchnowski 2011a):

$$\varepsilon_n^*(ADM; Z) = \frac{1}{n} \quad (8)$$

oraz

$$\varepsilon_n^*(MAD; Z) = \frac{\lfloor n/2 \rfloor}{n} \quad (9)$$

gdzie $\lfloor n/2 \rfloor$ oznacza największą liczbę całkowitą, mniejszą lub równą $n/2$. Wartości punktów załamania dla przyjętych w strategii estymatorów, obliczone na podstawie wzorów (7), (8) i (9), zestawilem w Tabeli 1.

Tabela 1. Wartości punktów załamania dla R-estymatora, MAD i ADM

(źródło: [4] Duchnowski 2011a)

Liczba potencjalnych punktów odniesienia	Wartości punktów załamania		
	$\varepsilon_n^*(\hat{\Delta}_k^R; Z)$	$\varepsilon_n^*(MAD; Z)$	$\varepsilon_n^*(ADM; Z)$
4	5/9	1/3	1/3
5	8/16	2/4	1/4
6	13/25	2/5	1/5

Przedstawione w tabeli 1 wartości punktów załamania, określają minimalny stosunek obserwacji odstających do wszystkich obserwacji, przy którym dany estymator zawiedzie (tzn. wpływ obserwacji odstających na wartość estymatora będzie znaczący). Analizując otrzymane wyniki można stwierdzić, że R-estymator przemieszczenia wykazuje wysoką odporność na błędy grube. Wartości punktów załamania dla estymatorów odchylenia standardowego natomiast wskazują, że już jedna obserwacja odstająca zaburza w dużej mierze wartości ADM. Estymator MAD jest odporny, gdy liczba potencjalnych punktów odniesienia jest większa od czterech. Wnioski te nie dotyczą jednak przypadku, gdy w sieci są tylko cztery punkty odniesienia. Wówczas zbiory, dla którego wyznaczane są estymatory ADM i MAD, liczą zaledwie trzy elementy, a w tak małym zbiorze MAD może ulec implozji nawet przy jednej obserwacji odstającej (estymator MAD ma w tym przypadku małą wartość punktu załamania dla implozji, a stąd także niską wartość ogólną tego wskaźnika). Z drugiej jednak strony, gdy zbiór będzie zawierał tylko jedną obserwację odstającą, to MAD nie powinien eksplodować. W podobnej sytuacji estymator ADM zachowa się odwrotnie, tzn. nie powinien implodować, ale może ulec eksplozji. Wynika stąd, że przyjęte estymatory odchylenia standardowego „uzupełniają się” i „wspierają” tak, aby uchronić estymację przed negatywnym wpływem obserwacji odstającej (przykład liczbowy ilustrujący opisane zachowanie obu estymatorów przedstawiłem w pracy ([3] Duchnowski 2010)).

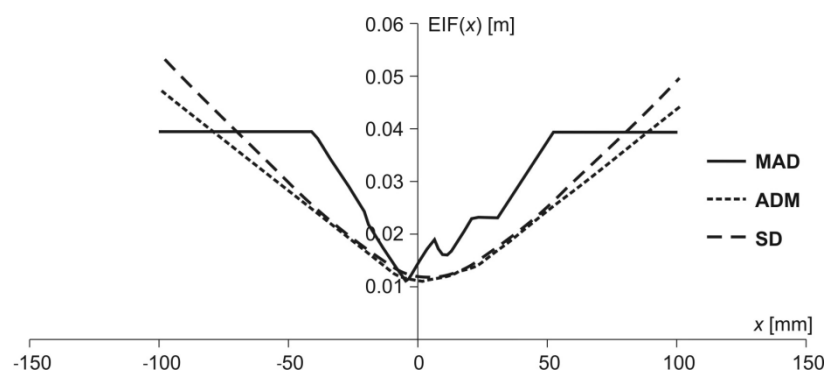
Analiza punktów załamania estymatorów ma podstawowe znaczenie dla określenia odporności samej strategii. Badania teoretyczne, ale także przykłady empiryczne, które przedstawiłem w pracach ([4] [5] Duchnowski 2011a; 2011b), prowadzą do wniosku, że strategia badania stabilności potencjalnych punktów odniesienia oparta na zastosowaniu R-estymatorów, nie jest generalnie odporna na błędy grube. Główną przyczyną braku odporności strategii, są dwa możliwe źródła obserwacji odstających. Pierwszym i oczywistym źródłem są błędy grube pomiaru (typ 1). Drugą przyczyną jest niestabilność punktów odniesienia (typ 2). W omawianej strategii każdy niestabilny punkt odniesienia generuje odstające elementy w wektorach początkowych poprawek $\tilde{\mathbf{v}}_2^k$ przypisanych do pozostałych punktów odniesienia. Odporność (lub też jej brak) zastosowanych estymatorów na obserwacje odstające drugiego typu jest podstawą proponowanej strategii. Jednak „skutkiem ubocznym” może być brak odporności na grube błędy pomiaru. Gdy w danej sieci jest zbyt dużo punktów niestabilnych, a tym samym badane zbiory zawierają stosunkowo dużą ilość obserwacji odstających drugiego typu, to estymatory nie będą już w stanie „poradzić” sobie z dodatkowymi obserwacjami odstającymi wynikającymi z błędów grubych obserwacji. Jeśli więc wszystkie potencjalne punkty odniesienia są stabilne to strategia jest odporna na błędy grube w takim samym stopniu, jak R-estymator przemieszczenia i estymator MAD. Każdy kolejny punkt niestabilny zmniejsza tę odporność aż do momentu,

gdy nawet jeden błąd gruby może spowodować, że strategia zawiedzie. Taką warunkową odporność można uznać za zaletę proponowanej strategii, szczególnie w porównaniu do klasycznych metod badania stabilności, które w ogóle nie są odporne na błędy grube (należy przy tym pamiętać, że punkty odniesienia powinny być tak wybierane i stabilizowane, aby zapewnić im jak największą stabilność).

Innym problemem związanym z odpornością, który poruszyłem w pracach ([4] [5] Duchnowski 2011a; 2011b), jest wpływ jaki mogą mieć błędy grube na ostateczne wyniki strategii. Z praktycznego punktu widzenia istotnym jest zatem określenie wrażliwości wykorzystywanych estymatorów, tzn. zbadanie jak zmieniają się ich wartości jeśli zbiór obserwacji jest zaburzony tego rodzaju błędami. Podstawowym narzędziem stosowanym w takich testach są funkcje wpływu bądź ich empiryczne warianty EIF (ang. *Empirical Influence Function*). W pracy ([5] Duchnowski 2011b) zaproponowałem nowy wariant takiej funkcji, odpowiedni do badania estymatorów stosowanych w badaniu przemieszczeń. Dla estymatora T_n^k funkcja ta ma postać:

$$\text{EIF}(x) = T_n^k(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2 + \mathbf{g}_i) \quad (10)$$

gdzie $\mathbf{g}_i = [0 \ \dots \ x \ \dots \ 0]^T$. Przez x oznaczyłem błąd gruby zaburzającym i -tą obserwację w drugiej epoce. Przykładowe empiryczne funkcje wpływu dla estymatorów MAD, ADM oraz dla klasycznego estymatora odchylenia standardowego (SD), przedstawione są na Rysunku 1.



Rys. 1. Empiryczne funkcje wpływu estymatorów MAD, ADM i SD odchylenia standardowego dla zbioru utworzonego z elementów wektora $\tilde{\mathbf{v}}_2^2$ w przypadku w którym 2 z 5 punktów odniesienia są niestabilne (źródło: [5] Duchnowski 2011b))

Przeprowadzone w cytowanej pracy analizy EIF potwierdzają odporność strategii w przypadku, w którym wszystkie potencjalne punkty odniesienia są stabilne. Jeśli jednak któryś z punktów odniesienia nie jest stabilny, a wyniki estymacji nie pokrywają się z możliwymi teoretycznie wariantami, to najprawdopodobniej zbiór obserwacji zawiera obserwacje obarczone błędami grubymi. W takich przypadkach należy zachować najwyższą ostrożność przy formułowaniu wniosków o stabilności (lub jej braku) potencjalnych punktów odniesienia. Szczególnie

niebezpieczną sytuacją jest przypadek, w którym błędy grube kilku obserwacji mają podobne wartości, lub mają podobne efekty jak obciążenia, których przyczyną są niestabilne punkty odniesienia (typ 2). Jednak nawet wówczas poprawna analiza wartości estymatorów, szczególnie porównanie wartości estymatorów MAD i ADM, może pozwolić na istotne ograniczenie wpływu błędów grubych na ostateczne wyznaczenia (oczywiście o ile w sieci nie ma zbyt wielu punktów niestabilnych). Wynika to z różnych kształtów EIF dla tych dwóch estymatorów oraz z tego, że w pewnych przypadkach MAD jest bardziej wrażliwy na błędy grube niż ADM ([5] Duchnowski 2011b). Przykładowo, z analizy EIF przedstawionych na rys. 1 wynika, że jeśli wartość MAD jest wyraźnie większa od ADM i oczywiście od błędu średniego (SD), to zapewne któraś z obserwacji dotyczących badanego punktu jest obciążona błędem grubym. Porównując wartości estymatorów uzyskanych dla wszystkich analizowanych punktów, można zatem wykryć obserwacje podejrzane o zaburzenie błędem grubym. Tak więc badanie EIF dla konkretnej sieci jest nie tylko źródłem teoretycznych informacji dotyczących zastosowanych w strategii estymatorów, lecz jest także uzasadnione z praktycznego punktu widzenia ([5] Duchnowski 2011b).

Przedstawione do tej pory, oryginalne propozycje zastosowania klasycznych R-estymatorów (które, w dalszej części autoreferatu notowane będą jako estymatory HL, lub HLE) potwierdziły ich zalety także w geodezyjnych zastosowaniach. Jednakże estymatory te mają także pewne istotne ograniczenia, które przede wszystkim dotyczą teoretycznych założeń odnoszących się do badanych zbiorów obserwacji. Podstawowe założenia w R-estymacji, przedstawione w pracy (Hodges i Lehmann 1963), dotyczą rozkładów prawdopodobieństwa zmiennych $X_1, X_2, X_3, \dots, X_m$, i $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$. Przyjmuje się, że zmienne te są wzajemnie niezależne, o takich samych w obu grupach, ciągłych rozkładach prawdopodobieństwa. Wynika stąd, że zmienne te muszą mieć także takie same wartości parametrów opisowych. Prowadzi to do wniosku, że próby x_1, x_2, \dots, x_n i y_1, y_2, \dots, y_m powinny być zbiorami realizacji zmiennych losowych o takim samym odchyleniu standardowym. W praktyce geodezyjnej taki postulat nie zawsze może być spełniony. W pracy ([6] Duchnowski 2013) wskazałem, że zastosowanie tutaj standaryzacji także w wielu przypadkach nie rozwiązuje wskazanego problemu. Istniała zatem potrzeba zdefiniowania nowych wariantów R-estymatorów, które mogłyby uwzględniać różną dokładność obserwacji geodezyjnych.

W tym celu w pracy ([6] Duchnowski 2013) określiłem nowy, bardziej ogólny z geodezyjnego punktu widzenia, zbiór założeń. Przyjąłem, że zmienne losowe X_j są niezależne a ich rozkłady prawdopodobieństwa należą do klasy \mathcal{F}_1 ciągłych, symetrycznych rozkładów prawdopodobieństwa o wspólnej wartości oczekiwanej $E(X_j) = E(X)$ (podobne założenia dotyczą rozkładów zmiennych Y_i i klasy \mathcal{F}_2). Rozpatrywane zmienne losowe mogą mieć zatem różne wariancje $V(X_j) = \sigma_{X_j}^2$

oraz $V(Y_i) = \sigma_{Y_i}^2$. Dokładność realizacji tj. x_j i y_i wygodniej jest wówczas opisać wagami $p_{x_j} = \sigma_0^2 / \sigma_{X_j}^2$ i $p_{y_i} = \sigma_0^2 / \sigma_{Y_i}^2$ (zwykle przyjmuje się $\sigma_0^2 = 1$). Takie założenia wymuszają także nowe rozwiązania dotyczące R-estymatorów. Rozpatrzmy zatem wszystkie możliwe różnice $W_l = y_i - x_j$, $1 \leq l \leq nm$, o wagach $p_l = p_{W_l} = (p_{x_j}^{-1} + p_{y_i}^{-1})^{-1}$ i uporządkujmy je od najmniejszej do największej (z pominięciem różnic równych zero). Aby zweryfikować hipotezę $H: \Delta=0$ wobec alternatywnej hipotezy $\Delta>0$, w cytowanej pracy zaproponowałem nową statystykę testową:

$$h(x, y) = \sum_{l=t-k+1}^t p_l \quad (11)$$

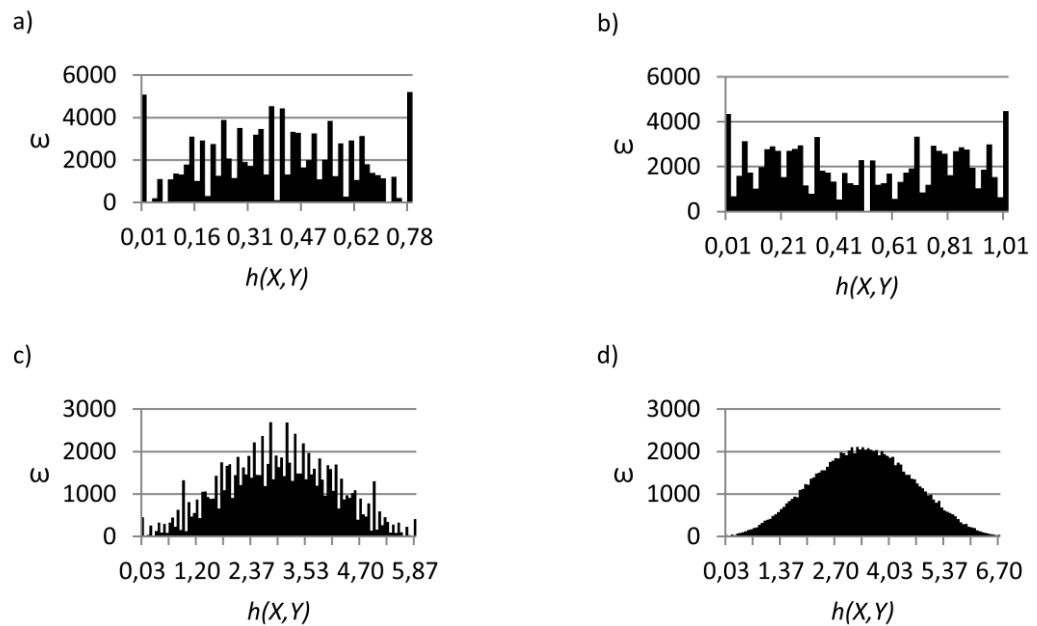
gdzie: t - liczba wszystkich rozpatrywanych różnic; k - liczba różnic dodatnich (przyjęto tu oznaczenie $h(x, y) = h(x_1, \dots, x_m, y_1, \dots, y_n)$). Aby proponowana statystyka mogła być wykorzystana w R-estymacji, musi spełnić pewne teoretyczne warunki przedstawione w pracy (Hodges i Lehmann 1963). Dotyczą one własności samej statystyki (11) jak również rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej $h(X, Y) = h(X_1, \dots, X_m, Y_1, \dots, Y_n)$. W pracy ([6] Duchnowski 2013) wykazałem, że proponowana statystyka spełnia warunki określone przez Hodgesa i Lehmana. Między innymi przedstawiłem dowód, że przy przyjętych założeniach, rozkład prawdopodobieństwa zmiennej $h(X, Y)$ jest symetryczny. Znalazło to także potwierdzenie testami numerycznymi, tj. symulacjami Monte Carlo i wyznaczonymi na tej podstawie histogramami (dla przypadku, w którym klasy \mathfrak{F}_1 i \mathfrak{F}_2 są rodzinami rozkładów normalnych; rys. 2). W cytowanej pracy przedstawiłem także inny wariant statystyki testowej, która uwzględnia także zerowe różnice W_l . Wyniki uzyskane dla tego wariantu są jednak takie same jak dla statystyki (11). Zastosowanie statystyki (11) pozwoliło na wyprowadzenie formuł opisujących nowe warianty estymatorów HL. Podstawą do tych wyprowadzeń było następujące wyrażenie (Hodges i Lehmann 1963):

$$\hat{\Delta} = \frac{\Delta^* + \Delta^{**}}{2} \quad (12)$$

przy czym

$$\Delta^* = \sup\{\Delta : h(x, y - \Delta) > \mu\} \quad \text{i} \quad \Delta^{**} = \inf\{\Delta : h(x, y - \Delta) < \mu\} \quad (13)$$

gdzie: μ - ustalony punkt, względem którego rozkład prawdopodobieństwa zmiennej $h(X, Y)$ jest symetryczny.



Rys. 2. Przykładowe histogramy proponowanej statystyki testowej; ω oznacza częstość (dokładny opis czterech przedstawionych wariantów znajduje się w pracy źródłowej ([6] Duchnowski 2013))

Wyznaczając kolejno wartości Δ^* oraz Δ^{**} (poszczególne etapy oraz tok rozumowania opisałem szczegółowo w pracy ([6] Duchnowski2013)), otrzymałem następujące, nowe warianty estymatorów Hodgesa-Lehmanna:

$$\hat{\Delta}^W = \text{med}w(W_I) = \text{med}w(y_i - x_j) \quad (14)$$

$$\hat{E}^W(X) = \frac{\text{med}w(x_i + x_j)}{2} = \text{med}w\left(\frac{x_i + x_j}{2}\right) \quad (15)$$

gdzie $\text{med}w(\circ)$ jest operatorem mediany ważonej. Istnieje kilka sposobów obliczania tej mediany, przy czym w zastosowaniach geodezyjnych najlepszym wydaje się algorytm nazywany w literaturze angielskojęzycznej „the partial heapsort method” (dokładny opis zastosowanego wariantu mediany oraz różnych sposobów jej obliczania, znajduje się w omawianej pracy oraz w pracach tam cytowanych). Zaproponowane R-estymatory, z uwagi na zastosowaną statystykę oraz metodę estymacji, nazwałem ważonymi estymatorami Hodgesa-Lehmanna (HLWE).

W pracy ([6] Duchnowski 2013) nie tylko wyprowadziłem nowe warianty R-estymatorów, ale także omówiłem zasady ich praktycznego zastosowania do wyznaczania przemieszczeń punktów sieci geodezyjnych. Przede wszystkim zaproponowałem nowe podejście, polegające na wykorzystaniu w R-estymacji zbiorów składających się z obliczonych w niezależny sposób współrzędnych punktów (odpowiednio dla każdej z badanych epok pomiarowych). Sposób ten jest alternatywny wobec zastosowania wstępnych wartości poprawek. W praktycznych zastosowaniach takie podejście wydaje się bardziej naturalne,

a jednocześnie umożliwia zastosowanie estymatorów HLWE (ale także klasycznych HLE) w sieciach dwu- i trójwymiarowych. Innym, szczególnie ważnym z praktycznego punktu widzenia problemem poruszonym w cytowanej pracy jest określenie dokładności wyprowadzonych estymatorów. Jak wykazałem w pracy ([6] Duchnowski 2013) klasyczne oszacowanie dokładności (np. z wykorzystaniem prawa propagacji wariancji) nie jest możliwe w odniesieniu do estymatorów HLWE. Dlatego też najlepszym sposobem jest tutaj wykorzystanie symulacji Monte Carlo (przy założeniu, że obserwacje mają rozkłady normalne). W cytowanej pracy przedstawiłem wyniki symulacji dla przykładowej sieci niwelacyjnej oraz kątowo-liniowej. Wynika z nich, że dokładność estymatorów HLWE jest porównywalna z dokładnością estymatorów LS (metody najmniejszych kwadratów), choć zawsze jest nieco niższa (wspomniane symulacje posłużyły także do porównania wyników obu tych metod). Symulacje Monte Carlo wykazały swoją przydatność jako metoda oszacowania dokładności estymatorów HLWE, jednak z uwagi na proces obliczeniowy, wydają się mało wygodne w zastosowaniach inżynierskich. Z tego powodu zaproponowałem następujące oszacowanie odchylenia standardowego estymatora HLWE (14) ([6] Duchnowski 2013):

$$\hat{\sigma}_{HLWE} = c \cdot \hat{\sigma}_{LSE} \quad (16)$$

gdzie: c - współczynnik proporcjonalności a $\hat{\sigma}_{LSE}$ to estymator odchylenia standardowego estymatora LS (w tym przypadku uogólnionej średniej arytmetycznej). Na podstawie przeprowadzonych badań ustaliłem, że $c \approx 1.07$. Wartość $\hat{\sigma}_{LSE}$ łatwo jest wyznaczyć korzystając z prawa propagacji wariancji. Testy numeryczne wskazują, że różnice między wartościami uzyskanymi z symulacji Monte Carlo i z zastosowaniem zaproponowanej formuły są praktycznie zawsze mniejsze od 2 % ([6] Duchnowski 2013).

Najważniejsze oryginalne rozwiązania i wnioski wynikające z przeprowadzonych badań podsumowujące wkład opisywanego w niniejszym autoreferacie osiągnięcia naukowego w rozwój dyscypliny (w porządku chronologicznym):

- Wykazałem, że klasyczne R-estymatory mogą być zastosowane do oceny wartości błędów grubych (w niektórych przypadkach także błędów deterministycznych). Zaproponowana metoda wyrównania, nazwana metodą R-LS, polega na wyznaczeniu estymatorów HL błędów grubych, a następnie ich eliminacji ze zbioru obserwacji. Oczyszczone obserwacje są następnie wyrównywane z zastosowaniem metody LS. Taki sposób postępowania jest alternatywą dla klasycznych metod odpornych, np. należących do klasy M-estymacji.

- Ustaliłem, że badanie stabilności potencjalnych punktów odniesienia z wykorzystaniem klasycznych R-estymatorów (HLE) jest możliwe tylko w pewnych, najprostszych przypadkach. W przypadku ogólnym należy wyznaczyć wartości początkowych poprawek oraz dodatkowo, odporne estymatory odchylenia standardowego tzn. estymatory MAD oraz ADM dla zbiorów utworzonych z tych poprawek. Wartości estymatorów odchylenia standardowego są niezbędne do prawidłowej interpretacji wartości R-estymatorów przemieszczeń. Proponowana strategia jest alternatywą dla klasycznych metod badania stabilności i w niektórych przypadkach daje lepsze wyniki.
- Zastosowane w proponowanej strategii estymatory tj. HLE, MAD i ADM klasyfikowane są jako odporne na błędy grube, jednakże ich odporność jak i wrażliwość na błędy grube jest różna. Jest to bardzo istotne szczególnie w rozpatrywanej strategii, gdzie obserwacje odstające mogą mieć dwa podstawowe źródła: błędy grube oraz brak stabilności potencjalnych punktów odniesienia. Przeprowadzone badanie teoretyczne z wykorzystaniem wartości punktów załamania oraz analizy empiryczne, w których zastosowałem zaproponowany przeze mnie wariant empirycznej funkcji wpływu (EIF), wskazują, że proponowana strategia nie jest ogólnie odporna na błędy grube. Jej odporność jest zależna od liczby potencjalnych punktów odniesienia, które okazały się niestabilne. Odporność strategii spada wraz z rosnącą liczbą punktów przemieszczonych.
- Na podstawie przeprowadzonych badań ustaliłem, że zastosowanie empirycznych funkcji wpływu ma istotne znaczenie praktyczne. Funkcje te, tworzone specjalnie dla badanej sieci, mogą być przydatne, między innymi do lokalizacji obserwacji obciążonej błędem grubym (na podstawie porównania obliczonych wartości estymatorów MAD i ADM i ich empirycznych funkcji wpływu)
- Zgodnie z założeniami teoretycznymi, klasyczne estymatory HL mogą być stosowane, gdy zmienne losowe (np. błędy pomiaru) mają takie same odchylenia standardowe (co wynika z założeń o rozkładach prawdopodobieństwa tych zmiennych). Takie założenie nie zawsze jest jednak możliwe do przyjęcia. W proponowanym przeze mnie uogólnieniu, tj. w przypadku estymatorów HLWE, założenia teoretyczne są mniej restrykcyjne i dotyczą jednakowej, takiej samej dla analizowanych zmiennych losowych wartości oczekiwanej. Wymagana jest także symetryczność rozkładów prawdopodobieństwa (takie założenie jest zgodne z klasyczną teorią błędów pomiaru). Proponowane założenia i wynikające z tego estymatory HLWE są bliższe praktyce geodezyjnej.

Pozwala to na szersze zastosowanie R-estymacji w badaniu przemieszczeń punktów.

- Przeprowadzone badania teoretyczne jak i analizy empiryczne prowadzone z zastosowaniem symulacji Monte Carlo, pozwoliły na sformułowanie istotnych z punktu widzenia teorii estymacji, wniosków dotyczących HLWE. Przede wszystkim zaproponowane przeze mnie statystyki testowe mają, przy odpowiednich założeniach teoretycznych, symetryczne rozkłady prawdopodobieństw (co jest niezbędne w R-estymacji). Z praktycznego punktu widzenia istotne jest natomiast to, że dokładność estymatorów HLWE jest porównywalna z dokładnością klasycznych estymatorów metody najmniejszych kwadratów choć zawsze niższa (o ile zbiór obserwacji nie jest zaburzony błędami grubymi czy deterministycznymi). Biorąc pod uwagę zalety HLWE, czyli przede wszystkim ich odporność na błędy grube, są one ważną alternatywą dla klasycznych metod wyznaczanie przemieszczeń, jak również dla innych metod odpornych (np. należących do klasy M-estymacji).

Bibliografia

- Baarda W., (1968) *A testing procedure for use in geodetic networks*. Netherlands Geodetic Commission Publications on Geodesy New Series 2. Nr 5
- Baselga S., (2007) *Critical limitation in use of test for gross error detection*. Journal Surveying Engineering, 133(2). Str. 52-55
- Baselga S., (2011) *Nonexistence of Rigorous Tests for Multiple Outlier Detection in Least Squares Adjustment*. Journal Surveying Engineering, 137(3). Str 109-112
- Borre K., Jorgensen P. C., Kubik K., (1983) *Robust Adjustment of the Danish Fundamental Triangulation Network*. Zeszyty Naukowe AGH. Geodezja Nr 79
- Ding X., Coleman R., (1996) *Multiple outlier detection by evaluating redundancy contributions of observations*. Journal of Geodesy 70. Str. 489-498
- Gui Q., Li X., Gong Y., Li B., Li G., (2011) *A Bayesian unmasking method for locating multiple gross errors based on posterior probabilities of classification variables*. Journal of Geodesy 85. Str. 191-203
- Hekimoglu S., Koch K. R., (2000). *How can reliability of the test for outliers be measured?* AVN 107(7). Str. 247-254
- Hekimoglu S., Erenoglu R. C., (2007) *Effect of heteroscedasticity and heterogeneity on outlier detection for geodetic networks*. Journal Geodesy 81. Str. 137–148

- Hekimoglu S., Erdogan B., Butterworth S., (2010) *Increasing the efficacy of the conventional deformation analysis methods: Alternative Strategy*. Journal of Surveying Engineering 136. Str. 53-62
- Hodges J. L. Jr, Lehmann E. L., (1963) *Estimates of location based on rank tests*. Annals of Mathematical Statistics 34. Str. 598-611
- Kadaj R., (1984) *Die Methode „der besten Alternative“: Ein Schwatzerfahren mit praktischen Anwendungen*. ZfV nr 4. Str. 157-166
- Kamiński W., Wisniewski Z., (1992) *Analiza wybranych, odpornych na błędy grube, metod wyrównania obserwacji geodezyjnych. Część I i II*. Geodezja i Kartografia t. XLI. Str. 173-195
- Kargoll B., (2005) *Comparison of some robust parameter estimation techniques for outlier analysis applied to simulated GOCE mission data*. Gravity, Geoid and Space Missions. IAG Symposia 129:77-82: DOI:10.1007/3-540-26932-0_14
- Pope J., (1976) *The statistics of residuals and detection of outliers*. NOAA Technical Report Nos 66. NGS 1
- Prószyński W., (2000) *On outlier-hiding effects in specific Gauss-Markov models: geodetic examples*. Journal of Geodesy 74. Str. 581-589
- Prószyński W., Kwaśniak M., (2006) *Podstawy geodezyjnego wyznaczania przemieszczeń. Pojęcia i elementy metodyki*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej.
- Rousseeuw P.J., Verboven S., (2002) *Robust estimation in very small samples*. Computation Statistics Data Analysis 40. Str. 741-758
- Schaffrin B., Wang Z.W., (1994) *Multiplicative outlier search using homBLUP and an equivalence theorem*. Manuscripta Geodaetica 20. Str. 21-26
- Schwarz C.R., Kok J.J., (1993) *Blunder detection and Data Snooping in LS and Robust Adjustment*. Journal of Surveying Engineering 119. Str. 127-136
- Shaorong Z., (1990) *On separability for deformations and gross errors*. Journal of Geodesy 64. Str. 383-396
- Wiśniewski Z., (1987) *Zasada wyboru alternatywy a metoda największej wiarygodności*. Geodezja i Kartografia t. XXXVI. Str. 123-138
- Wiśniewski Z., (2009) *Estimation of parameters in a split functional model of geodetic observations (M_{split} estimation)*. Journal of Geodesy 83. Str. 105-120

- Wiśniewski Z., (2010) $M_{split(q)}$ estimation: estimation of parameters in a multi split functional model of geodetic observations. Journal of Geodesy 84. Str. 355-372
- Xu P. L., (1989) On robust estimation with correlated observations. Bulletin géodésique 63. Str. 237–252
- Xu P. L., (2005) Sign-constrained robust least squares, subjective breakdown point and the effect of weights of observations on robustness. Journal of Geodesy 79. Str. 146–159
- Yang Y., (1994) Robust estimation for dependent observation. Manuscripta Geodaetica 19. Str. 10-17
- Yang Y., Song L., Xu T. (2002) Robust estimator for correlated observations based on bifactor equivalent weights. Journal of Geodesy 76. Str. 353–358

5. Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo-badawczych

(odniesienia do literatury w nawiasach kwadratowych odnoszą się publikacji zebranych w „Wykazie opublikowanych prac naukowych lub twórczych prac zawodowych (...)” i do numeracji tam zastosowanej; Załącznik nr3)

W roku 1995 ukończyłem studia na Wydziale Geodezji i Gospodarki Przestrzennej Akademii Rolniczo-Technicznej w Olsztynie uzyskując tytuł zawodowy magistra inżyniera w zakresie geodezji i kartografii. Tematem mojej pracy magisterskiej, napisanej pod kierunkiem prof. Zbigniewa Wiśniewskiego, była estymacja lokalnych współczynników wariancji. Po zatrudnieniu w Instytucie Geodezji i Fotogrametrii kontynuowałem badania w tym zakresie. Ich rezultatem były publikacje przedstawiające sposoby estymacji współczynników wariancji (adaptacja metod Hendersona i MINQUE) w geodezyjnych układach obserwacyjnych oraz ich zastosowanie w wyrównaniu sieci geodezyjnych (ze szczególnym uwzględnieniem sieci przestrzennych). W artykułach [IIb 1-4] przedstawiłem iteracyjny sposób wyrównania metodą najmniejszych kwadratów, wykorzystujący omawiane współczynniki do oceny błędów średnich *a priori* (w poszczególnych grupach obserwacji). Przeprowadzone testy numeryczne potwierdziły zasadność wyznaczania lokalnych współczynników wariancji w sieciach o niejednorodnych zbiorach obserwacyjnych. W pracy [IIb 2] zaproponowałem także analizę dokładności wyników wyrównania opartą o tak wyznaczone współczynniki. Wyniki badań zaprezentowałem na krajowych konferencjach naukowych [IId 1-2].

Kolejnym podjętym przeze mnie zagadnieniem badawczym była teoria odpornej estymacji współczynnika wariancji. Podstawowe wyniki moich badań

w tym zakresie opublikowałem w pracach [I**lb** 5, I**lb** 7, I**ld** 3, I**ld** 5]. Teoria odpornej estymacji współczynnika wariancji (VR-estymacji) oraz jej praktyczne zastosowanie w geodezji było także tematem mojej rozprawy doktorskiej obronionej przed Radą Wydziału Geodezji i Gospodarki Przestrzennej UWM w roku 2001 (promotorem był prof. Zbigniew Wiśniewski). W cytowanych pracach oraz w pracy doktorskiej przedstawiłem teorię VR-estymacji dla przypadku obserwacji zależnych oraz praktyczny, uproszczony sposób wyznaczenia odporne estymatora współczynnika wariancji z zastosowaniem macierzy wzmocnienia. Na tej podstawie zaproponowałem także odporną metodę wyrównania łączącą M-estymację wektora parametrów oraz VR-estymację współczynnika wariancji. W tym samym okresie, wspólnie z prof. Zbigniewem Wiśniewskim, pracowałem także nad estymacją współczynnika wariancji z zastosowaniem niestandardowych modeli błędów pomiaru. Nasze prace dotyczyły uwzględnienia w kwadratowej estymacji współczynnika wariancji zarówno niezerowej macierzy ekscesu (błędy pomiaru nie mają wtedy rozkładów normalnych) jak i modeli z błędami grubymi [I**lb** 6].

W ramach grantu KBN nr PBZ-KBN-081/T12/2002 dotyczącego wyznaczenia centymetrowej geoidy na terenie Polski, prowadziłem badania związane z dokładnością oraz z kompleksowym modelowaniem geoidy. Jednym z celów badań, prowadzonych we współpracy z prof. Janem Kryńskim, prof. Adamem Łyszkowiczem i pod kierunkiem prof. Lubomira W. Barana, było ustalenie takich dokładności danych grawimetrycznych, które zapewniłyby zakładaną w projekcie dokładność odstępów geoidy od elipsoid odniesienia [I**lb** 9, I**ld** 7]. W tym celu przeprowadziłem szereg badań testowych nad wpływem błędów systematycznych różnego pochodzenia (np. błędów pomiarów grawimetrycznych, błędów w wyznaczeniu współrzędnych punktów pomiarowych) oraz błędów przypadkowych na wyznaczenie undulacji geoidy metodą szybkiej transformacji Fouriera (FFT). Wskazaliśmy, między innymi, na to że wpływ błędów przypadkowych zależy od wielkości siatki średnich anomalii grawimetrycznych. Ustaliliśmy także, że jeśli błąd systematyczny jest mniejszy, co do wartości bezwzględnej, od 1 mGal, to dokładność wyznaczonych undulacji geoidy zależy przede wszystkim od błędów przypadkowych anomalii. Przeprowadziliśmy także analizę możliwych metod kompleksowego modelowania geoidy. Wyniki przeprowadzonych testów empirycznych oraz analiz teoretycznych zebrane zostały w raportach z wykonania poszczególnych zadań [I**lc** 1,2].

Kolejny problem badawczy podjęty przeze mnie dotyczył odpornych metod estymacji w kontekście macierzy niezawodności. W analizach teoretycznych rozważałem relację między teorią niezawodności sieci geodezyjnej, a odpornymi metodami wyrównania (należącymi do klasy M-estymacji). W pracy [I**lb** 8] zaproponowałem nowe podejście do opracowania zbiorów obserwacji obciążonych błędami grubymi, alternatywne dla metod należących do

wspomnianej klasy. W proponowanej metodzie, wartość błędu grubego szacowana jest z wykorzystaniem macierzy niezawodności. Umożliwia to eliminację tego błędu, a układ obserwacyjny może być następnie wyrównany klasyczną metodą najmniejszych kwadratów (ta metoda porównana została w późniejszej mojej pracy z R-estymacją [Ib 1]). Innym aspektem związanym z odpornymi metodami wyrównania była propozycja odpornego wyrównania w sieciach swobodnych, opracowana we współpracy z prof. Zbigniewem Wiśniewskim, i zaprezentowana w pracy [IIb 10]. Szczególną uwagę poświęciliśmy nietypowej postaci macierzy tłumienia, która w tym przypadku dotyczy macierzy wag przybliżonych współrzędnych (w klasycznej M-estymacji macierz ta wyznaczana jest dla macierzy wag obserwacji). Wyniki badań nad obiema metodami zaprezentowałem w referatach wygłoszonych na krajowej i międzynarodowej konferencji naukowej [IId 6, 8].

W ostatnich latach, równoległe z moimi pracami nad R-estymacją, pracowałem wspólnie z prof. Zbigniewem Wiśniewskim nad nowymi wariantami estymatorów należących do wcześniej przez niego zaproponowanej klasy M_{split} estymacji. Rozpatrywany problem dotyczył bezpośredniej estymacji różnic między wektorami parametrów w dwóch konkurencyjnych modelach funkcjonalnych. Proponowane estymatory są naturalnymi estymatorami przemieszczeń punktów osnowy geodezyjnej. W pracach [IIb 12, IIa 1] przedstawiliśmy teorię takiej estymacji i zaproponowaliśmy dwa rozwiązania nazwane ogólnie Shift- M_{split} estymatorami. Pierwsze rozwiązanie dotyczyło klasycznych modeli funkcjonalnych, natomiast drugie – swobodnych układów obserwacyjnych (macierz współczynników nie jest wtedy macierzą pełnego rzędu). W tym przypadku konieczne jest zastosowanie uogólnionej odwrotności macierzy (np. odwrotności Moore’a – Penrose’a). Zaproponowany, swobodny estymator może być wykorzystany np. do badania stabilności potencjalnych punktów odniesienia gdzie nie jest konieczna znajomość współrzędnych punktów w obu epokach lecz tylko ich zmiany w czasie. Tak więc estymator ten jest alternatywą dla R-estymatora przesunięcia. Porównanie wyników otrzymanych dla Shift- M_{split} estymatorów i R-estymatorów przesunięcia przedstawiliśmy w pracy [Ia 1]. Bardziej szczegółowa analiza własności obu porównywanych estymatorów, jest natomiast treścią pracy [IId 10]. Z przeprowadzonych testów numerycznych wynika, że oba rodzaje estymacji dają często podobne rezultaty, ale ogólnie R-estymacja ma nieco większą dokładność i dużo mniejszą wrażliwość na błędy grube. Badania nad Shift- M_{split} estymatorami, ich własnościami teoretycznymi i innymi zastosowaniami praktycznymi będą kontynuowane w naszym zespole badawczym.

6. Wskaźniki dotyczące dorobku naukowo-badawczego (wrzesień 2013):

Sumaryczny Impact Factor (JCR): **4.916**

Sumaryczny 5-letni Impact Factor (JCR): **5.255**

Liczba publikacji w bazie Web of Science (WoS): **3**

Liczba cytowań (WoS): **4**

Indeks Hirscha (WoS): **1**

Liczba publikacji w bazie Google Scholar (GS): **16**

Liczba cytowań (GS): **21**

Indeks Hirscha (GS): **3**

7. Udział w naukowych projektach badawczych:

- a) Główny wykonawca w grantie Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego nr N N526 255 734 nt. *Opracowanie nowych metod estymacji parametrów w funkcjonalnych modelach obserwacji geodezyjnych (koncepcja M_{split} estymacji). 2007-2011*
- b) Wykonawca w grantie KBN nr 4T12E03730 nt.: *Jednolity system grawimetrycznego odniesienia polskich stacji permanentnych GNSS i poligonów geodynamicznych. 2006-2009*
- c) Wykonawca w grantie KBN nr PBZ-KBN-081/T12/2002 nt. *Utworzenie modelu "centymetrowej" geoidy na obszarze Polski w oparciu o dane geodezyjne, grawimetryczne, astronomiczne, geologiczne i satelitarne. 2002-2005*
- d) Wykonawca w grantie KBN nr 9T12E00113 nt. *Opracowanie nowych metod statystycznej analizy wyników pomiarów geodezyjnych. 1997-2000*
- e) Wykonawca w grantie KBN nr T12E01609 nt. *Koncepcja przestrzennych osnów geodezyjnych zakładanych przy pomocy Total Station i nawiązanych do trójwymiarowych sieci GPS. 1995-1998*

8. Nagrody za działalność naukową:

- a) Nagroda indywidualna II stopnia Rektora Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego za osiągnięcia w dziedzinie naukowej - 2001
- b) Nagroda zespołowa I stopnia Rektora Politechniki Warszawskiej za osiągnięcia naukowe - 2011
- c) Nagroda zespołowa II stopnia Rektora Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego za osiągnięcia w dziedzinie naukowej – 2012
- d) Wyróżnienia:
 - Wyróżnienie pracy doktorskiej przez Radę Wydziału Geodezji i Gospodarki Przestrzennej UWM Olsztyn - 2001
 - Dyplom Rektora UWM Olsztyn za osiągnięcia w dziedzinie naukowej - 2011
 - Dyplom Rektora UWM Olsztyn za osiągnięcia w dziedzinie organizacyjnej - 2012

9. Udział w komitetach organizacyjnych konferencji międzynarodowych

- a) Członek Lokalnego Komitetu Organizacyjnego 9th FIG International symposium on Deformation measurements : Olsztyn, 27–30 September, 1999

10. Wygłoszone przeze mnie referaty na międzynarodowych i krajowych konferencjach naukowych:

- a) IX Sesja naukowo-techniczna nt. Aktualne problemy naukowe i techniczne prac geodezyjnych. Gdańsk 16-17. X. 1998. Duchnowski R., *Zastosowanie lokalnych współczynników wariancji w wyrównaniu sieci przestrzennych.*
- b) IV Szkoła-Konferencja *Metrologia Wspierana Komputerowo*, Rynia k. Warszawy 7-10.VI, 1999. Duchnowski R., *Zastosowanie estymatorów MINQUE w wyrównaniu sieci przestrzennych.*
- c) IV Szkoła-Konferencja *Metrologia Wspierana Komputerowo*, Rynia k. Warszawy 7-10.VI, 1999. Duchnowski R., Wiśniewski Z., *Efektywny, odporny na błędy grube estymator współczynnika wariancji w geodezyjnych układach obserwacyjnych.*
- d) X Sesja naukowo-techniczna nt. Aktualne problemy naukowe i techniczne prac geodezyjnych. Piwniczna Zdrój, 2001. Duchnowski R., Wiśniewski Z., *Estymacja współczynnika wariancji z zastosowaniem niestandardowych modeli błędów pomiaru.*

- e) II Seminarium na temat: Zintegrowane Sieci Geodezyjne, Wrocław 19.10.2001. Duchnowski R., Wiśniewski Z., *Ogólne zasady VR-estymacji*.
- f) XI Sesja naukowo-techniczna aktualne problemy naukowe i techniczne prac geodezyjnych. Olsztyn, 2004. Duchnowski R., *Odporne metody wyrównania a niezawodność sieci geodezyjnych*.
- g) Workshop II, Summary of the project on a cm geoid in Poland, Warszawa, 2005. Duchnowski R., Baran L. W., *Evaluation of the effect of systematic and random errors in gravity data on the quality of geoid model*.
- h) 8th Bilateral Geodetic Meeting Poland-Italy, Wrocław 22-24.06. 2006. Duchnowski R., Wiśniewski Z., *Attenuation Matrix in Robust, Free Adjustment*.
- j) 13th FIG Symposium on Deformation Measurement and Analysis and 4th Symposium on Geodesy for Geotechnical and Structural Engineering, Lisbon, May 12-15, 2008. Duchnowski R., *Geodetic Application of R-estimation: Leveling network Examples*.
- k) 2nd Joint International Symposium on Deformation Monitoring, Nottingham, September 8-10, 2013. Duchnowski R., Wiśniewski Z., *Comparison of Two Unconventional Methods of Estimation Applied to Determine Network Point Displacement*.

11. Recenzje publikacji w czasopismach naukowych:

- a) Journal of Surveying Engineering; 2011 - jedna praca, 2013 - jedna praca

12. Działalność w zakresie popularyzacji nauki:

- a) Czynny udział w Olsztyńskich Dniach Nauki w latach 2007-2008

13. Działalność dydaktyczna:

a) Przedmioty prowadzone na UWM Olsztyn (1995 – 2013):

- Rachunek wyrównawczy (wykłady i ćwiczenia)
- Zaawansowane metody opracowania obserwacji (wykłady i ćwiczenia)
- Metody obliczeń geodezyjnych (wykłady i ćwiczenia)
- Elektroniczne techniki pomiarowe (ćwiczenia)
- Specjalistyczne pomiary inżynierskie (ćwiczenia)
- Geodezja II (ćwiczenia)

b) Opieka nad pracami dyplomowymi

- Promotorstwo prac magisterskich: **4**
- Opieka na pracami inżynierskimi: **12**
- Recenzje prac: magisterskich **3** i inżynierskich **11**

14. Ukończone szkolenia i studia podyplomowe:

- a) Studia podyplomowe „Szacowanie nieruchomości” – ART. Olsztyn 1995
- b) Studium doskonalenia pedagogicznego dla nauczycieli akademickich – ART. Olsztyn 1996
- c) International School for the Determination and Use of the Geoid. Budapeszt 31.01 – 5.02. 2005
- d) Zarządzanie Projektami wg Standardu PMBOK®Guide – UWM Olsztyn 19-20.04.2007

15. Działalność organizacyjna na rzecz Uniwersytetu:

- a) Członek Rady Wydziału Geodezji i Gospodarki Przestrzennej UWM Olsztyn w latach 2001-2002
- b) Wiceprzewodniczący Wydziałowej Komisji Rekrutacyjnej 2003
- c) Członek Rady Instytutu Geodezji UWM Olsztyn w latach 2006-2010
- d) Koordynator wydziałowy podczas opracowywania nowych programów kształcenia zgodnych z KRK, od 2011

Robert Duchnowski